مقاومة المواد وحساب الانشاءات 1

Sem. 1

2024-2025

أ.د. نايل محمد حسن

المحاضرة الثالثة

- محصلة القوى في المستوي

- مسائل عملية

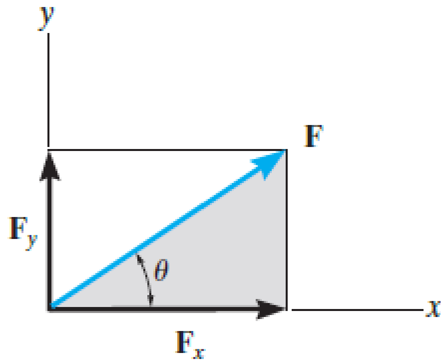
جمع عدة قوى في المستوي

اسقاط الأشعة (مركبات الشعاع) بالنسبة لمحورين متعامدين

- عندما يتم تحليل قوة F حسب المحاور x و y، تسمى هذه المركبات "المركبات المتعامدة".

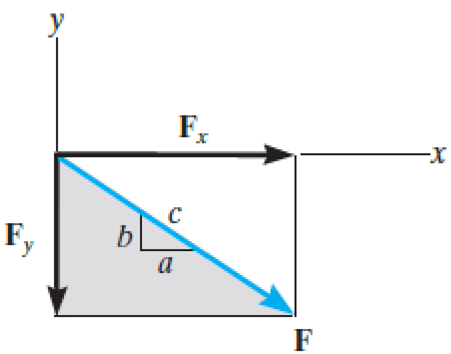
$$F = F_x + F_y$$

$$F_x = F\cos\theta \qquad \text{and} \qquad F_y = F\sin\theta$$



(a)

$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{c} \qquad F_x = F\left(\frac{a}{c}\right)$$



(b)

$$\frac{F_y}{F} = \frac{b}{c} \qquad F_y = -F\left(\frac{b}{c}\right)$$

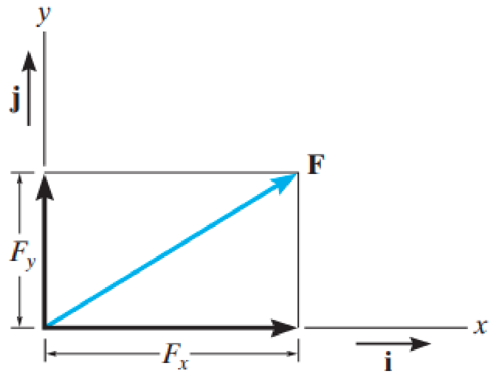
نلاحظ أن المركبة سالبة لأنها عكس المحور Y.

جمع عدة قوى في المستوي

يمكن التعبير عن مركبات القوة بالنسبة للمحاور x,y حسب **الاشعة الديكارتية الواحدية** i, j وتسمى الاشعة الواحدية،

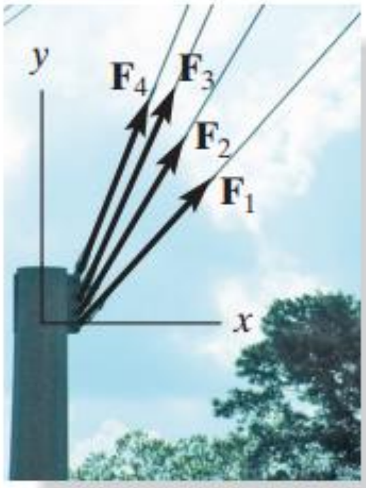
ويمكن استخدامها لتحديد **اتجاه المحاور**.

يعطى الشعاع الديكارتي الموافق بالعلاقة:



$$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j}$$

محصلة القوى المستوية

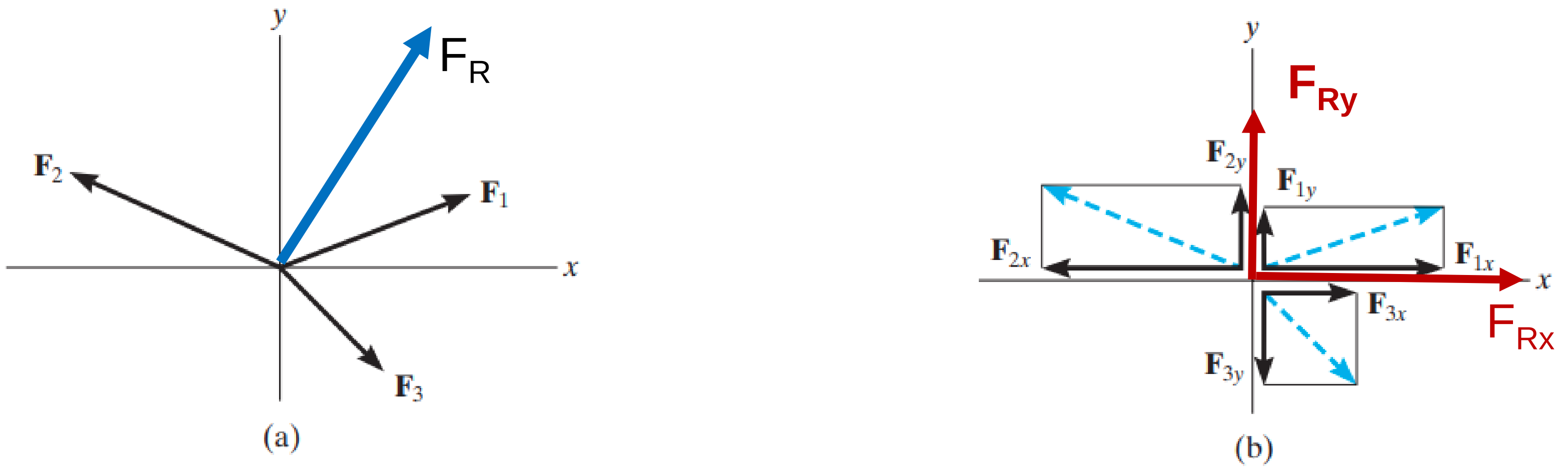


يمكن أن تتعرض المنشآت لمجموعة قوى في المستوي تعطى المحصلة لمجموعة القوى كما يلي:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$

تعطى مساقط المحصلة بالجمع الجبري للمركبات كما يلي:

$$\xrightarrow{+} \qquad (F_R)_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$
$$+\uparrow \qquad (F_R)_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$



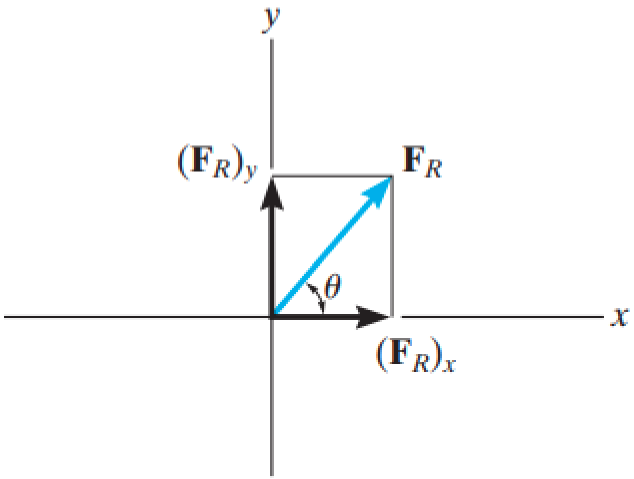
محصلة القوى المستوية

تعطى شدة محصلة القوى F_R بالعلاقة:

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

وتحسب زاوية ميل المحصلة θ كما يلي:

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right|$$



(c)

نحصل على مركبات محصلة القوى كما يلي:

$$\boxed{\begin{aligned}(F_R)_x &= \Sigma F_x\\ (F_R)_y &= \Sigma F_y\end{aligned}}$$

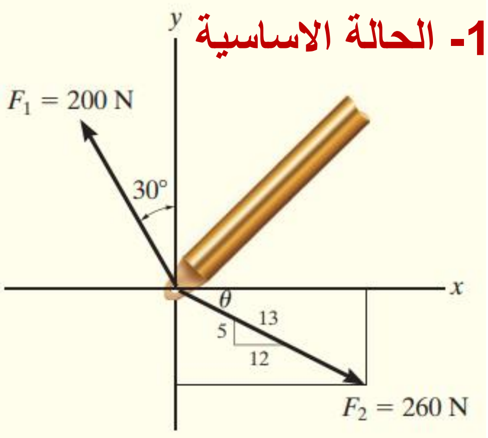
نقاط هامة حول جمع مجموعة قوى في المستوي

- يمكن تحديد محصلة مجموعة من القوى في المستوي بالنسبة لنظام الاحداثيات x, y بسهولة، حيث يتم تحليل القوى حسب هذه المحاور
- يحدد اتجاه كل قوة بالزاوية التي تشكلها مع المحور المعني
- تكون مركبات المحصلة على المحاور x,y مساوية للمجموع الجبري لمركبات كل القوى في المستوي.
- تحدد قيمة (شدة) القوة المحصلة نظرية فيثاغورث،
- وعندما ترسم المركبات على المحاور x و y، يحدد اتجاه المحصلة من العلاقات المثلثية

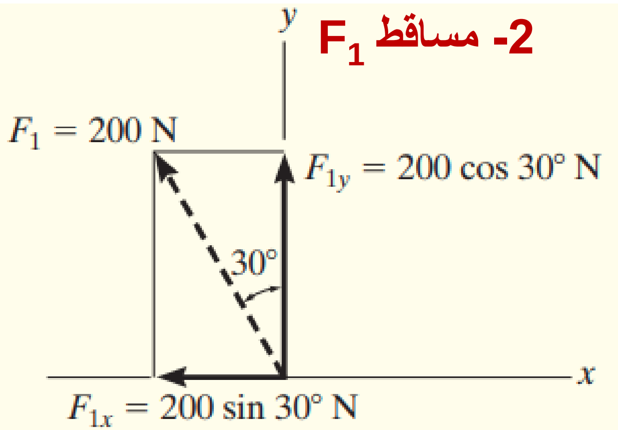
Example 1

حدد المركبات للقوتين F_1, F_2 على المحاور x,y، التي تؤثر على المفصل المبين في الشكلa، عبر عن كل قوة بشعاع ديكارتي:

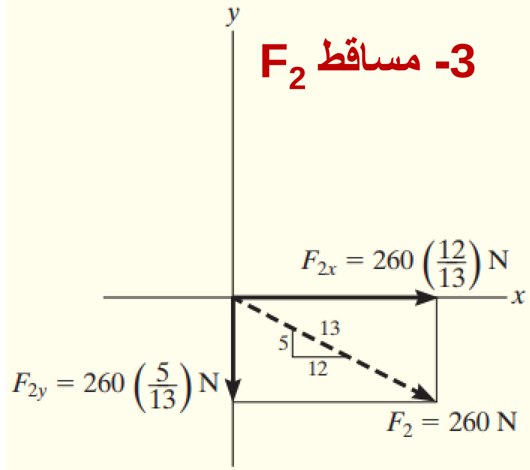
الحل:



(a)



(b)



(c)

نحدد مساقط القوة F_1(المركبات) واتجاهاتها

$$F_{1x} = -200 \sin 30° \text{ N} = -100 \text{ N} = 100 \text{ N} \leftarrow$$

$$F_{1y} = 200 \cos 30° \text{ N} = 173 \text{ N} = 173 \text{ N} \uparrow$$

نحدد مساقط القوة F_2(المركبات) واتجاهاتها

$$\frac{F_{2x}}{260 \text{ N}} = \frac{12}{13}$$

$$F_{2x} = 260 \text{ N}\left(\frac{12}{13}\right) = 240 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_{2y} = 260 \text{ N}\left(\frac{5}{13}\right) = 100 \text{ N} \downarrow$$

يمكن التعبير عن القوتين بشعاع ديكارتي كما يلي

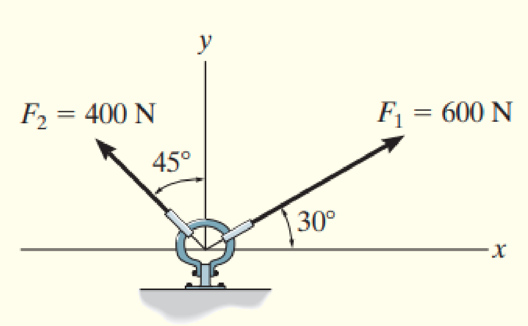
$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_1 = \{-100\mathbf{i} + 173\mathbf{j}\} \text{N}$$

$$\mathbf{F}_2 = \{240\mathbf{i} - 100\mathbf{j}\} \text{N}$$

Example 2

تخضع الوصلة المبينة للقوتين F_1, F_2 يطلب تحديد قيمة (شدة) واتجاه القوة المحصلة:



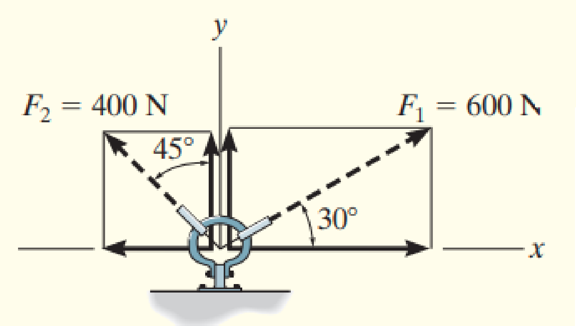
(a)

الحل: **نحدد مساقط القوى (المركبات) واتجاهاتها (الشكل b)**

ثم نجمع المركبات جبريا للحصول على مساقط المحصلة

$$\overset{+}{\rightarrow} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = 600 \cos 30° \text{ N} - 400 \sin 45° \text{ N}$$
$$= 236.8 \text{ N} \rightarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = 600 \sin 30° \text{ N} + 400 \cos 45° \text{ N}$$
$$= 582.8 \text{ N} \uparrow$$

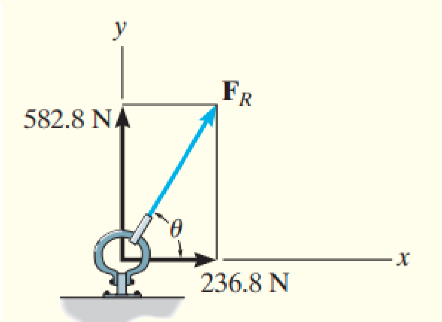


(b)

نحدد قيمة (شدة المحصلة) كمايلي:

$$F_R = \sqrt{(236.8 \text{ N})^2 + (582.8 \text{ N})^2}$$
$$= 629 \text{ N}$$

نحدد اتجاه المحصلة كمايلي:



(c)

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8 \text{ N}}{236.8 \text{ N}}\right) = 67.9°$$